Liczymy miary kątów trójkąta ABC.

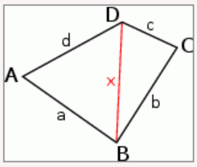
$$\measuredangle ABC = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$
$$\measuredangle ACB = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ.$$

Suma kątów w trójkącie ABC jest równa 180°, więc

$$\measuredangle CAB = 180^\circ - 50^\circ - 65^\circ = 65^\circ.$$

Dwa kąty trójkąta mają miarę 65°. Jest to więc trójkąt równoramienny.

Zaczynamy od szkicowego rysunku.



Sposób I

Przy oznaczeniach z obrazka mamy

$$\begin{cases} a+b+c+d = 50 \\ a+d+x = 46 \\ b+c+x = 36. \end{cases}$$

Dodając dwa ostatnie równania stronami i korzystając z pierwszego mamy

$$a+d+b+c+x+x = 46+36$$
$$50+2x = 82 \quad \Rightarrow \quad 2x = 32 \quad \Rightarrow \quad x = 16.$$

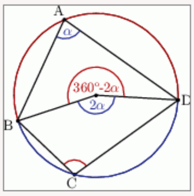
Sposób II

Jeżeli dodamy do siebie obwody trójkątów ABD i BCD to otrzymamy obwód czworokąta $ABCD$ oraz podwojoną długość odcinka DB. Zatem

$$2DB = 46+36-50 = 32 \quad \Rightarrow \quad DB = 16.$$

Odpowiedź: $BD = 16$ cm

Dorysujmy promienie BO i DO.

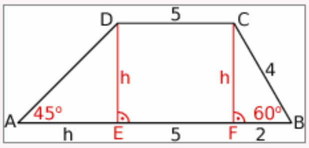


Kąt środkowy $\measuredangle BOD$ oparty na łuku BCD jest dwa razy większy od kąta wpisanego $\measuredangle BAD$ opartego na tym samym łuku, ma więc on miarę 2α. To oznacza, że drugi z kątów środkowych $\measuredangle BOD$ (ten oparty na łuku BAD) ma miarę $360^\circ - 2\alpha$. Teraz ponownie korzystamy z zależności między kątami: wpisanym i środkowym.

$$\measuredangle C = \frac{1}{2}(360^\circ - 2\alpha) = 180^\circ - \alpha.$$

Odpowiedź: $180^\circ - \alpha$

Dorysujmy wysokości trapezu.



Trójkąt FBC jest połówką trójkąta równobocznego, więc

$$FB = \frac{1}{2}BC = 2$$
$$h = FC = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16-4} = \sqrt{12} = \sqrt{4\cdot 3} = 2\sqrt{3}.$$

Trójkąt AED jest równoramiennym trójkątem prostokątnym (połówka kwadratu), więc

$$AE = ED = h = 2\sqrt{3}$$
$$AD = \sqrt{h^2+h^2} = h\sqrt{2} = 2\sqrt{6}.$$

Pozostało obliczyć pole i obwód trapezu.

$$P = \frac{5+(2\sqrt{3}+5+2)}{2}\cdot 2\sqrt{3} = (12+2\sqrt{3})\sqrt{3} = 12\sqrt{3}+6$$
$$Ob = 5+4+(2+5+2\sqrt{3})+2\sqrt{6} = 16+2\sqrt{3}+2\sqrt{6}.$$

Odpowiedź: Pole: $12\sqrt{3}+6$, obwód: $16+2\sqrt{3}+2\sqrt{6}$.

Zaznaczony wycinek stanowi

$$\frac{360-36}{360} = \frac{10-1}{10} = \frac{9}{10}$$

powierzchni całego koła, czyli interesujący nas łuk ma długość

$$\frac{9}{10}\cdot 2\pi\cdot 5 = 9\pi.$$

Odpowiedź: 9π